PARTE 1 - CUESTIONES

1. Dada una matriz A cuadrada, se dice que es simétrica si se cumple:

a) La matriz **A** es igual a la opuesta de su matriz traspuesta, $\boldsymbol{A = -A^t}$
b) La matriz **A** es igual a su matriz traspuesta, $\boldsymbol{A = A^t}$
c) Ninguna de las otras.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

El resultado de hacer 2A + B es:

a) La matriz identidad
b) La matriz nula
c) Ninguna de las anteriores

3. Dada la matriz, $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$**, el valor de** A^{-1} **es:**

a) $\begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
c) Ninguna de las otras

4. Dada la inecuación $\boldsymbol{-3x + 4y - 3 \geq 1}$**. Un punto solución es:**

a) $(0,1)$
b) $(1,2)$
c) Todos los anteriores

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$**, si se sabe que** $\boldsymbol{f(x) = -e^{-4x}}$

a) $+\infty$
b) $-\infty$
c) Ninguna de las otras.

6. La función $\boldsymbol{f(x) = \frac{-2}{x+4}}$ **tiene**

a) Asíntota horizontal, $\boldsymbol{y = 0.}$
b) Asíntota vertical, $\boldsymbol{x = -4}$
c) Todas las anteriores

7. Dada la función $\boldsymbol{f(x) = \frac{x^4-3}{x^3}}$ **es:**

a) Decreciente en el intervalo $(0, +\infty)$.
b) Creciente en el intervalo $(-\infty, 0)$
c) Todas son correctas.

8. Hallar $\int \left(-\frac{3}{x^2}+\frac{3}{x}\right) dx$

a) Ninguna de las anteriores

b) $\frac{3+3xln\,(x)}{x}+C$

c) $-3\,ln(x^2)-3\,ln\,(x)+C$

9. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, se verifica

a) $P(A)=P(A\cup B)-P(A-B)$

b) $P(A)=P(A\cap\ B)+P(A-B)$

c) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

10. La media de una variable aleatoria representa:

a) El valor que está en el centro del intervalo de definición.

b) El promedio del conjunto de todos los posibles valores de la variable.

c) Es una medida de dispersión de la variable.

11. Usando la tabla de la distribución normal $N(0;\ 1)$ se puede afirmar que dada la siguiente variable aleatoria $X\sim\ N(66;\ 8)$

a) $P(X>70)=\ 0{,}6950$

b) $P(X<70)\ =\ 0{,}6950$

c) $P(X=70)=0{,}6950$

12.El intervalo característico de una distribución $N(66;\ 8)$ para el 90% viene dado por:

a) $(52{,}84;\ 79{,}16)$

a) $(50{,}32;\ 81{,}68)$

b) $(45{,}4;\ 86{,}6)$

Nota: $Z_{\alpha/2}=1{,}645.$

PARTE 2 - PROBLEMAS

1. Las ventas de turrón y mazapán de una pastelería durante noviembre, diciembre y enero están en la matriz A, y los precios de venta en euros están en la matriz B:

$$A = \begin{array}{c} \begin{matrix} \textit{Noviembre} & \textit{Diciembre} & \textit{Enero} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \textit{Turrón} \\ \textit{Mazapán} \end{array} ; B = \begin{array}{c} \begin{matrix} \textit{Turrón} & \textit{Mazapán} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \textit{Noviembre} \\ \textit{Diciembre} \\ \textit{Enero} \end{array}$$

a) **Multiplicar las matrices para obtener los ingresos por la venta de turrón en los 3 meses. ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información? ¿A cuánto ascienden los ingresos por la venta de mazapán?**

b) **Multiplicar las matrices para obtener los ingresos de ventas totales por meses. ¿En qué mes se alcanzó el máximo de ingresos? ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información?**

c) **¿Cuántos fueron los ingresos totales en los 3 meses?**

RESOLUCIÓN

a) Para averiguar cuánto se ingresó por cada uno de los meses, se deberá calcular:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 550 & 400 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.900 & 22.300 \\ 21.750 & 38.000 \end{pmatrix}$$

Se podrá ver a cuánto ascienden los ingresos por el Turrón al fijarse en el componente $C_{11} = 12.900$. La empresa obtuvo unos ingresos de 12.900€ por la venta de turrón durante los tres meses.

En cuanto a la venta de mazapán, obtuvo unos ingresos de 38.000€.

b) Para averiguar a cuánto ascienden los ingresos por meses, se deberá calcular:

$$D = B \cdot A = \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 550 & 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17.400 & 21.750 & 15.000 \\ 18.700 & 23.500 & 16.000 \\ 11.600 & 14.500 & 10.000 \end{pmatrix}$$

El mayor ingreso lo obtuvo en diciembre, obteniendo 23.500€ de ingresos. Este se refleja en el componente $D_{22} = 23.500$.

c) Para averiguar los ingresos totales en los tres meses, hay que sumar los ingresos que se obtuvieron en noviembre ($D_{11} = 17.400$), diciembre ($D_{22} = 23.500$) y enero ($D_{33} = 10.000$). El ingreso total asciende a 50.900€.

2. Se considera la función $f(x) = \frac{5x}{x-4}$

a) **Razone cuál es el dominio de definición de $f(x)$.**
b) **Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.**
c) **Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.**

RESOLUCIÓN

a) Para estudiar el dominio de definición, dado que se trata de un cociente, siempre que el denominador sea nulo (igual a cero), no tendrá imagen en ese valor de x. Así las cosas:

$$f(x) = \frac{5x}{x-4} \rightarrow x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow Dom\, f(x) = \mathbb{R} - \{4\}$$

b) Para averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, se necesitará la siguiente información:

i) Dominio: $Dom\, f(x) = \mathbb{R} - \{4\}$

ii) Puntos críticos: $f'(x) = \frac{(5)(x-4)-(5x)(1)}{(x-4)^2} = \frac{5x-20-5x}{(x-4)^2} = \frac{-20}{(x-4)^2} = 0 \rightarrow -20 \neq 0 \rightarrow$ No tiene

Una vez se tienen todos estos datos, se planteará el recorrido de la función:

Dominio	$(-\infty, 4)$	$(4, \infty)$
x	1	5
$f'(x)$	-	-
Conclusión	Decrece	Decrece

La función es decreciente en los intervalos $(-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

c) Para averiguar los intervalos de concavidad y convexidad de la función, se necesitará la siguiente información:

i) Puntos de inflexión: $f''(x) = \frac{(0)(x-4)^2-(-20)(2(x-4))}{((x-4)^2)^2} = \frac{40x-160}{(x-4)^4} = 0 \rightarrow 40x + 160 = 0$

$$\rightarrow 40x = -160 \rightarrow x = -\frac{160}{40} = -4$$

Una vez se tiene este dato, se planteará el recorrido de la función en base al intervalo $(-\infty, \infty)$, añadiendo cortes con los valores de x obtenidos antes:

Dominio	$(-\infty, -4)$	$(-4, \infty)$
x	-5	0
$f''(x)$	-	-
Conclusión	Convexo	Convexo

La función es convexa en el intervalo $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$.

3. La siguiente tabla de contingencia recoge el número de espectadores que acude a ver películas infantiles, de ciencia ficción y románticas, así como el consumo de palomitas, bebidas y gominolas.

	Infantiles	Ciencia ficción	Románticas
Palomitas	6	72	42
Bebidas	4	48	28
Gominolas	10	30	10

a) Elegido un espectador al azar calcula la probabilidad de que haya visto una película infantil. Utiliza la fórmula de las probabilidades totales.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un espectador elegido al azar con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que un espectador elegido al azar tras ver una película de ciencia ficción haya consumido alguna bebida?

RESOLUCIÓN

Antes de comenzar a resolver el ejercicio, se complementará la tabla dada los totales de las filas y columnas:

	Infantiles	Ciencia ficción	Románticas	
Palomitas	6	72	42	120
Bebidas	4	48	28	80
Gominolas	10	30	10	50
	20	150	80	250

Ahora que ya se ha complementado la tabla, se pasa a resolver los apartados:

a) Para averiguar la probabilidad de que haya visto una película infantil, se utilizará la definición de probabilidad; es decir, del total de asistentes (250), cuántos fueron a ver películas infantiles (20)

$$P(Infantiles) = \frac{20}{250} = 0'08$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar, haya visto una película infantil es del 8%.

b) Para averiguar la probabilidad de que un espectador con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica, se utilizará le definición de probabilidad condicionada; es decir, del total de gente con gominolas (50), cuántos vieron películas románticas (10):

$$P(Románticas|Gominolas) = \frac{P(Románticas \cap Gominolas)}{P(Gominolas)} = \frac{10}{50} = 0'2$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica, es de un 20%.

c) Para averiguar la probabilidad de que un espectador tras ver una película de ciencia ficción, haya consumido alguna bebida, se utilizará le definición de probabilidad condicionada; es decir, del total de gente que vio una película de ciencia ficción (150), cuántos consumieron alguna bebida (48):

$$P(Bebidas|Ciencia\ ficción) = \frac{P(Bebidas \cap Ciencia\ ficción)}{P(Ciencia\ ficción)} = \frac{48}{150} = 0'32$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar que, tras haber visto una película de ciencia ficción, haya consumido alguna bebida, es de un 32%.