Bloque campo gravitatorio (En esta pregunta no hay opcionalidad)

Pregunta 1

Un equipo de astronautas se dirige a un planeta de masa desconocida. Con el objetivo de poder determinar su masa una vez que estén en su superficie, previamente calibran un muelle en la Tierra suspendiendo del mismo distintas masas. La gráfica que obtienen se puede ver en la figura 1.

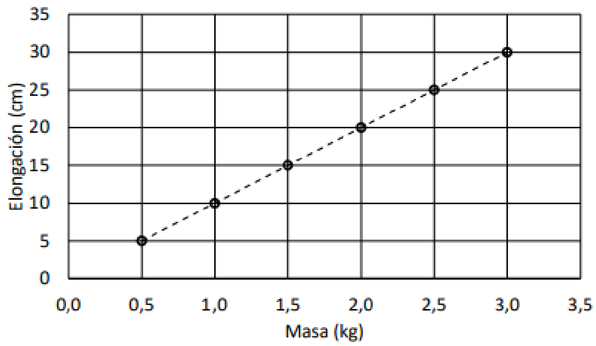


Figura 1: Elongación del muelle en la superficie de la Tierra

Cuando llegan al planeta desconocido utilizan las mismas masas y miden la elongación del muelle, para así determinar la gravedad en la superficie. En este caso, obtienen la gráfica de la figura 2.

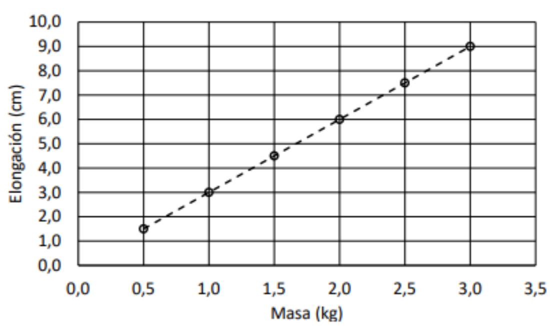


Figura 2: Elongación del muelle en la superficie del planeta desconocido

a. (0,5 puntos) Halle la constante del muelle utilizando la gráfica de la figura 1, aproximando el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra como g = 10 m s−2.

(1 punto) Determine la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta utilizando la gráfica de la figura 2.

c) (1 punto) Sabiendo que el radio del planeta es de $3,5$ů$10^3 km$**, calcule la masa del planeta.**

Dato: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

Bloque Campo Electromagnético (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

Pregunta 2.A.- Sea una distribución de tres cargas puntuales fijas, situadas en los vértices de un triángulo equilátero, en el plano xy: Q1 = 4 nC situada en el punto P1(0, 0) cm, Q2 = −2 nC situada en el punto P2(2, 2 $\sqrt{3}$**)cm y Q3 = −4 nC situada en el punto P3(4, 0) cm.**

a) (1 punto) Calcule la fuerza total que Q1 y Q2 ejercen sobre la carga Q3.

b) (1,5 puntos) Obtenga la energía electrostática de la distribución de cargas.

Dato: Constante de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$

Pregunta 2.B.- Un hilo rectilíneo infinito situado paralelo al eje x, que pasa por el punto (0, 0, 2) cm, transporta una corriente I1 = 5 A en el sentido positivo del eje x. Un segundo hilo paralelo al primero, que pasa por el punto (0, 2, 0) cm, transporta una corriente I2 = 3 A en el sentido negativo del eje x.

a) (1,5 puntos) Obtenga el campo magnético creado por ambos hilos en el origen de coordenadas. b) (1 punto) Calcule el módulo de la fuerza por unidad de longitud que ejerce el primer hilo sobre el segundo.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$

Bloque Vibraciones y Ondas (Elija una entre las preguntas 3.A. y 3.B.)

Pregunta 3.A.- Sean dos fuentes sonoras puntuales de potencias P1 y P2 separadas 8 m. La suma de sus potencias es de 50 W. Si la intensidad medida en un punto situado en el segmento que une ambas fuentes, a 2 m de distancia de la fuente de potencia P1, es de$7,3ů10^{1}$ W m−2, determine:
a) (1,5 puntos) Los valores de las potencias de las fuentes P1 y P2.
b) (1 punto) El nivel de intensidad sonora en el punto medio entre ambas fuentes.
Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12} W/m^2$

Pregunta 3.B.- Se desea fabricar un espejo convexo tal que, al situar un objeto a la izquierda del espejo a 12 cm de distancia, se forme una imagen cuyo tamaño se reduzca a la cuarta parte de su tamaño original.
a) (1,5 puntos) Determine la posición en la que se formará la imagen y el radio de curvatura del espejo.
b) (1 punto) Realice el correspondiente diagrama de rayos.

Bloque Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas (Elija una entre las preguntas 4.A. y 4.B.)
Pregunta 4.A.- Un protón tiene una masa en reposo equivalente a una energía de 938,2 MeV. El protón es acelerado hasta alcanzar una velocidad que es un 75 % de la velocidad de la luz. Determine:
a) (1,25 puntos) La masa en reposo del protón.
b) (1,25 puntos) La energía cinética del protón.

Pregunta 4.B.- En el interior del recinto de la central nuclear de Springfield, en una zona contaminada permanentemente con 231Th, ha crecido una parra. Homer Simpson va a la parra y se come n uvas. Ocho horas más tarde, sale de la central nuclear y al medir su actividad radiactiva se obtiene un valor de $1,19ů10^{6}$ Bq. Si cada uva contiene en el momento de ser cogida de la parra $1,50ů10^{12}$ g de 231Th, calcule:
a) (1 punto) El tiempo de vida media del 231Th y la actividad inicial de cada uva.
b) (1,5 puntos) El número total de uvas que ha ingerido Homer Simpson.
Dato: ;asa atómica del $^{231}Th, M_{231_{Th}} = 231u$, número de Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$, Periodo de semidesintegración del $^{231}Th, T_{1/2} = 25,5 horas$.

Bloque campo gravitatorio (En esta pregunta no hay opcionalidad)

Pregunta 1

Un equipo de astronautas se dirige a un planeta de masa desconocida. Con el objetivo de poder determinar su masa una vez que estén en su superficie, previamente calibran un muelle en la Tierra suspendiendo del mismo distintas masas. La gráfica que obtienen se puede ver en la figura 1.

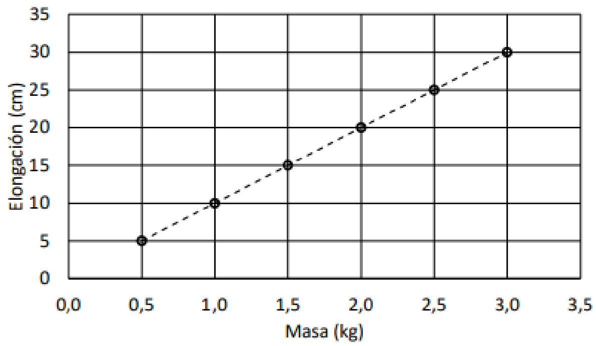


Figura 1: Elongación del muelle en la superficie de la Tierra

Cuando llegan al planeta desconocido utilizan las mismas masas y miden la elongación del muelle, para así determinar la gravedad en la superficie. En este caso, obtienen la gráfica de la figura 2.

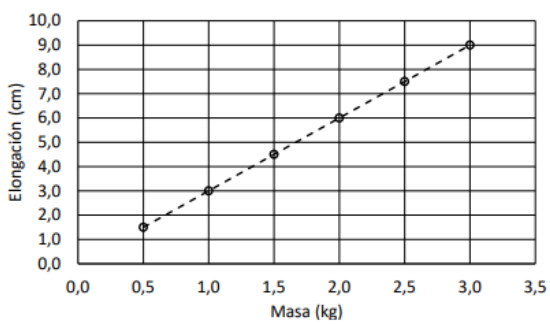


Figura 2: Elongación del muelle en la superficie del planeta desconocido

a. (0,5 puntos) Halle la constante del muelle utilizando la gráfica de la figura 1, aproximando el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra como g = 10 m s−2.
(1 punto) Determine la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta utilizando la gráfica de la figura 2.
c) (1 punto) Sabiendo que el radio del planeta es de $3,5$ů$10^3 km$, calcule la masa del planeta.
Dato: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

Cuando una masa cuelga de un muelle hay dos fuerzas que actúan sobre ella: la fuerza gravitatoria (su propio peso), que va hacia abajo, $\vec{F_g} = -mg\vec{j}$, y la fuerza elástica del muelle, hacia arriba, $\vec{F_e} = kx\vec{j}$, donde k es la constante elástica del muelle y x indica cuánto se ha estirado. Además, como está colgando, no en movimiento, su aceleración es 0. Con esto,

$$\vec{F} = m\vec{a} \to (kx - mg)\vec{j} = 0 \to kx = mg.$$

a. Sacamos datos de la gráfica de la figura 1. Cuando del muelle cuelga una masa $m = 3kg$, la elongación es $x = 30cm = 0,3m$. Sabiendo también que $g = 10m/s2$,

$$kx = mg \to k = mg/x = \frac{3 \cdot 10}{0,3} = 100N/m.$$

b. Usando esta vez la gráfica 2, tomamos los datos $m = 3kg$, $x = 9cm = 0,09m$. Como la constante del muelle sigue siendo la misma,

$$kx = mg \to g = \frac{kx}{m} = \frac{100 \cdot 0,09}{3} = 3m/s^2.$$

c. El módulo de la aceleración de la gravedad es $|\vec{g}| = \frac{GM}{r^2}$. Por tanto,

$$M = \frac{|g|r^2}{G} = 5,51 \cdot 10^{23} kg.$$

Bloque Campo Electrogmagnético (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

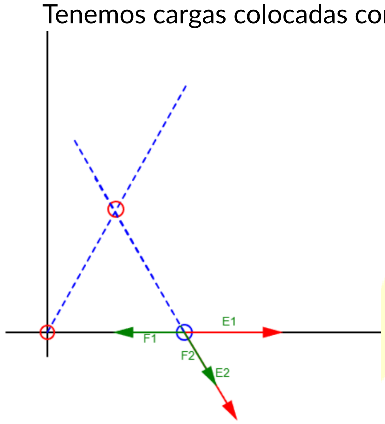
Pregunta 2.A.- Sea una distribución de tres cargas puntuales fijas, situadas en los vértices de un triángulo equilátero, en el plano xy: Q1 = 4 nC situada en el punto P1(0, 0) cm, Q2 = −2 nC situada en el punto P2(2, 2 $\sqrt{3}$)cm y Q3 = −4 nC situada en el punto P3(4, 0) cm.

a) (1 punto) Calcule la fuerza total que Q1 y Q2 ejercen sobre la carga Q3.

b) (1,5 puntos) Obtenga la energía electrostática de la distribución de cargas.

Dato: Constante de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$

Tenemos cargas colocadas como en el esquema:



a. La fuerza que experimenta la cargs Q3 es $\vec{F} = q\vec{E}$, donde $\vec{E}$ es el campo eléctrico en el punto en el que está la carga 3. Es la suma de los campos $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ generados por las cargas Q1, Q2.

El campo generado por Q1 tiene módulo

$$|\vec{E}_1| = K\frac{Q1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(0,04)^2} = 22500 N/C, \quad (1)$$

y el de Q2,

$$|\vec{E}_2| = K\frac{Q2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(0,04)^2} = 11250 N/C. \quad (2)$$

Descomponemos cada uno en vectores:

$$\vec{E}_1 = 22500\vec{i} N/C$$

$$\vec{E}_2 = 11250 cos(60)\vec{i} - 11250 sin(60)\vec{j} N/C = 5625\vec{i} - 9743\vec{j} N/C.$$

El campo eléctrico es la suma de ambos, y la fuerza que sufre $Q3$ es

$$\vec{F} = Q3 \cdot \vec{E} = Q3(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = (-6,75 \cdot 10^{-5}\vec{i} - 3,9 \cdot 10^{-5}\vec{j})N.$$

b. La energía es la suma de la energía con la que interactúa cada par de cargas. Si tenemos dos cargas, Q y q, recordamos que interactúan con energía $E = KQq/r$.

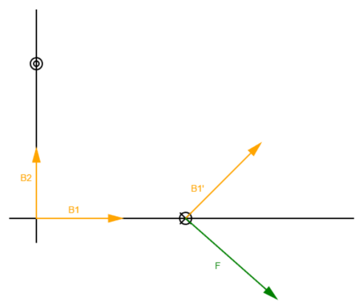
Entonces,

$$E = K\frac{Q1Q2}{r} + K\frac{Q2Q3}{r} + K\frac{Q3Q1}{r} = -3,6 \cdot 10^{-6} J.$$

Pregunta 2.B.- Un hilo rectilíneo infinito situado paralelo al eje x, que pasa por el punto (0, 0, 2) cm, transporta una corriente I1 = 5 A en el sentido positivo del eje x. Un segundo hilo paralelo al primero, que pasa por el punto (0, 2, 0) cm, transporta una corriente I2 = 3 A en el sentido negativo del eje x.

a) (1,5 puntos) Obtenga el campo magnético creado por ambos hilos en el origen de coordenadas. b) (1 punto) Calcule el módulo de la fuerza por unidad de longitud que ejerce el primer hilo sobre el segundo.
Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$

Empezamos con un esquema de la situación:



a. Los campos magnéticos producidos por los cables en el origen tienen el sentido dado por la regla de la mano derecha, y módulo $|B| = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$. Calculamos cada uno:

$$|B_1| = \mu_0 \frac{I1}{2\pi r} = 4\pi 10^{-7} \frac{5}{0,02} = 5 \cdot 10^{-5} T,$$
$$|B_2 = \mu_0 \frac{I2}{2\pi r} = 4\pi 10^{-7} \frac{3}{0,02} = 3 \cdot 10^{-5} T.$$

Observando que $B1$ va en la dirección $\vec{i}$ y $B2$ en $\vec{j}$, tenemos

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 5 \cdot 10^{-5} \vec{i} + 3 \cdot 10^{-5} \vec{j} T.$$

b. Como las intensidades van en direcciones opuestas sabemos que la fuerza será repulsiva. Podemos calcular el módulo como

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7} 5 \cdot 3}{2\pi \sqrt{8}} = 1,06 \cdot 10^{-4} N/m. \quad (3)$$

Bloque Vibraciones y Ondas (Elija una entre las preguntas 3.A. y 3.B.)

Pregunta 3.A.- Sean dos fuentes sonoras puntuales de potencias P1 y P2 separadas 8 m. La suma de sus potencias es de 50 W. Si la intensidad medida en un punto situado en el segmento que une ambas fuentes, a 2 m de distancia de la fuente de potencia P1, es de$7,3ů10^1$ W m−2, determine:
a) (1,5 puntos) Los valores de las potencias de las fuentes P1 y P2.
b) (1 punto) El nivel de intensidad sonora en el punto medio entre ambas fuentes.
Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12} W/m^2$

Las potencias P1 y P2 suman 50W, así que $P1 + P2 = 50$. Por otro lado, la intensidad a una distancia d de una fuente con potencia P es $I = P/4\pi d^2$. A dos metros de la primera fuente y seis de la segunda, la intensidad es

$$I_1 + I_2 = \frac{P1}{4\pi 2^2} + \frac{P2}{4\pi 6^2} = 0,73 \rightarrow \frac{P1}{4} + \frac{P2}{36} = 9,17.$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolviendo por sustitución,

$$P_1 = 35W$$
$$P_2 = 15W.$$

b. En el punto medio entre las dos fuentes la intensidad será

$$I = I1 + I2 = \frac{P1}{4\pi 4^2} + \frac{P2}{4\pi 4^2} = \frac{50}{4\pi 36} = 0,25W/m2.$$

A partir de esto, el nivel de intensidad sonora es

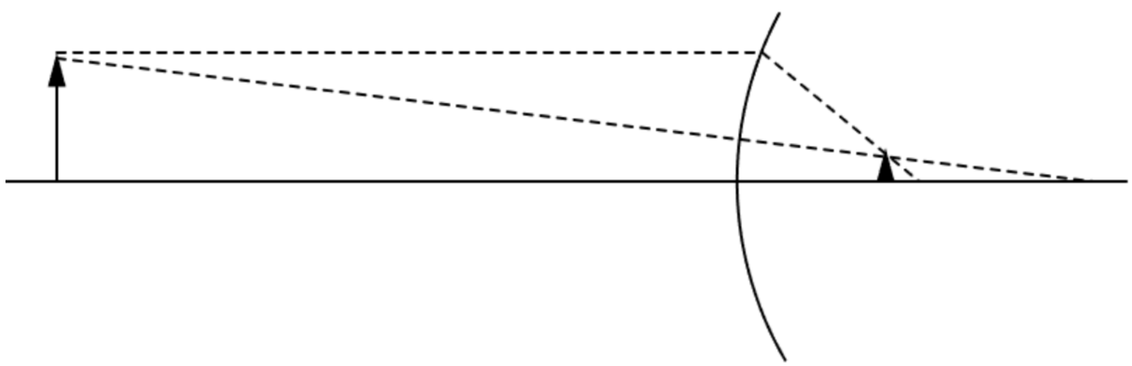
$$\beta = 10\log_{10}(\frac{I}{I_0}) = 10\log_{10}(0,25\cdot 10^{12}) = 114dB. \quad (4)$$

Pregunta 3.B.- Se desea fabricar un espejo convexo tal que, al situar un objeto a la izquierda del espejo a 12 cm de distancia, se forme una imagen cuyo tamaño se reduzca a la cuarta parte de su tamaño original.
a) (1,5 puntos) Determine la posición en la que se formará la imagen y el radio de curvatura del espejo.
b) (1 punto) Realice el correspondiente diagrama de rayos.

a. En un espejo se cumple $s'/s = -y'/y = 4$. Por tanto, $s = -s'/4 = 3cm$. Por otro lado tenemos la ecuación $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = 2/R$. Sustituyendo,

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{-12} = \frac{2}{R}. \quad (5)$$

Despejando R tenemos $R = 8cm$.



b.

Bloque Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas (Elija una entre las preguntas 4.A. y 4.B.)
Pregunta 4.A.- Un protón tiene una masa en reposo equivalente a una energía de 938,2 MeV. El protón es acelerado hasta alcanzar una velocidad que es un 75 % de la velocidad de la luz. Determine:
a) (1,25 puntos) La masa en reposo del protón.
b) (1,25 puntos) La energía cinética del protón.

a. El electrón tiene una energía en reposo de $938,2MeV = 9,38\cdot 10^8 eV = 9,38\cdot 10^8\cdot 1,6\cdot 10^{-19}J = 15\cdot 10^{-11}J$. Recordando que $E = mc^2$, $m = E/c^2 = 1,67\cdot 10^{-27}kg$.

b. Si se mueve a una velocidad $0,75$, el factor γ vale

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1,5. \quad (6)$$

La energía cinética es $E_c = E - E_0 = \gamma E_0 - E_0 = (\gamma - 1)E_0 = 480'2MeV$, donde hemos usado que la energía en reposo $E_0 = 938'2MeV$.

Pregunta 4.B.- En el interior del recinto de la central nuclear de Springfield, en una zona contaminada permanentemente con 231Th, ha crecido una parra. Homer Simpson va a la parra y se come n uvas. Ocho horas más tarde, sale de la central nuclear y al medir su actividad radiactiva se obtiene un valor de $1,19$ů10^6 Bq. Si cada uva contiene en el momento de ser cogida de la parra $1,50$ů10^{12} g de 231Th, calcule:
a) (1 punto) El tiempo de vida media del 231Th y la actividad inicial de cada uva.
b) (1,5 puntos) El número total de uvas que ha ingerido Homer Simpson.

Dato: Masa atómica del ^{231}Th, $M_{231_{Th}} = 231u$, número de Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$, Periodo de semidesintegración del ^{231}Th, $T_{1/2} = 25,5 horas$.

La relación entre el tiempo de vida media y el periodo de semivida es $\tau = T_{1/2}/ln2 = 36,82h$. Para calcular la actividad en bequerelios lo pasamos a segundos, y queda $\tau = 1,33 \cdot 10^5 s$.

Cada uva contiene $\frac{1'5 \cdot 10^{-12}}{231}$ moles de Th, que son $\frac{1'15 \cdot 10^{-12}}{231} N_A = 3,9 \cdot 10^9$ átomos. La actividad de N átomos es

$$A = \lambda N = \frac{N}{\tau} = 2,95 \cdot 10^4 Bq.$$

b. Después de ocho horas la actividad de una uva será

$$A = A_0 e^{-t/\tau} = 2,95 \cdot 10^4 e^{-8/36,82} = 2,37 \cdot 10^4 Bq. \tag{7}$$

Como el señor Thompson se ha comido n uvas, su actividad después de ocho horas será $n 2,37 \cdot 10^4 Bq$. La actividad que mide es $1,19 \cdot 10^6 Bq$, por lo que podemos concluir que Max Power se ha comido

$$n = \frac{1,19 \cdot 10^6}{2,37 \cdot 10^4} = 50. \tag{8}$$