

OPCIÓN A

A.1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Determine los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A es invertible.
- b) Calcule, para $a = 0$, la matriz inversa A^{-1}

RESOLUCIÓN:

- a) Para averiguar cuándo la matriz A es invertible, deberá calcularse $|A| = 0$; y, sobre eso, despejar el parámetro a :

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2a + 1 - 4 - 1 = 2a - 4 = 0 \rightarrow a = 2$$

Conclusión:

Si $a \neq 2 \rightarrow |A| \neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$

Si $a = 2 \rightarrow |A| = 0 \rightarrow \nexists A^{-1}$

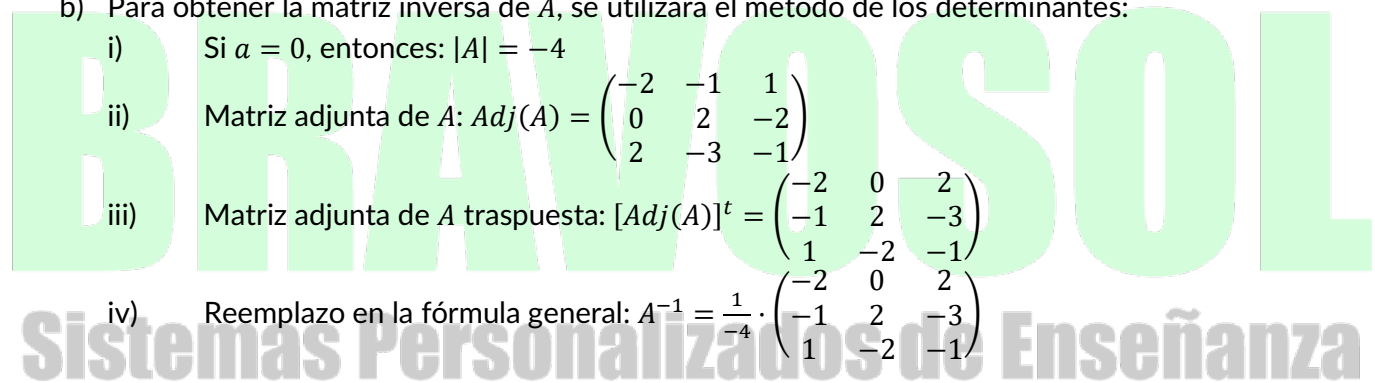
- b) Para obtener la matriz inversa de A , se utilizará el método de los determinantes:

i) Si $a = 0$, entonces: $|A| = -4$

ii) Matriz adjunta de A : $Adj(A) = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

iii) Matriz adjunta de A traspuesta: $[Adj(A)]^t = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

iv) Reemplazo en la fórmula general: $A^{-1} = \frac{1}{-4} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$



A.2. (Calificación máxima: 2 puntos)

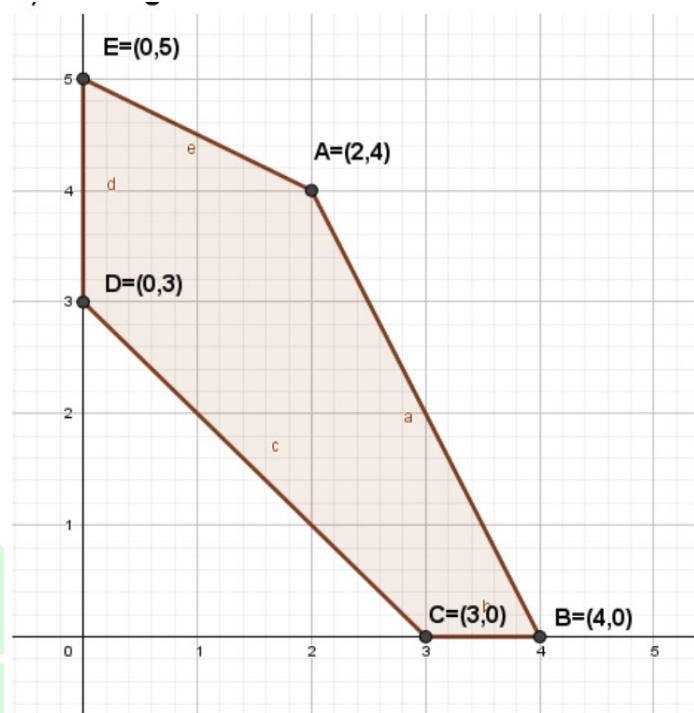
Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \geq 3, 2x + y \leq 8, x + 2y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$$

- Represente gráficamente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.
- Obtenga el valor máximo de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ en S , indicando el punto de la región el cual se alcanza el máximo y el valor máximo alcanzado.

RESOLUCIÓN:

- La región factible será:



Las coordenadas de los vértices de la región factible son:

$$A = (2,4); B = (4,0); C = (3,0); D = (0,3); E = (0,5)$$

- Una vez obtenidos los vértices, se reemplaza cada uno de ellos en la función objetivo $f(x, y) = 2x + 3y$:

$$f_A(2,4) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 16$$

$$f_B(4,0) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 0 = 8$$

$$f_C(3,0) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 0 = 6$$

$$f_D(0,3) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 = 9$$

$$f_E(0,5) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 5 = 15$$

Conclusión:

El valor máximo de la función se alcanza en el vértice $A = (2,4)$, obteniéndose un valor máximo de 16.

A.3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real $f(x) = \sqrt{1+x^2}$.

- Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$
- Calcule: $\int_0^1 2xf(x)dx$

RESOLUCIÓN:

- Para obtener la ecuación de la recta tangente se deberán realizar los siguientes pasos:
 - Obtener el valor de y_0 : $y_0 = f(x_0) = \sqrt{1+0^2} \rightarrow y_0 = 1$
 - Obtener el valor de m : $m = f'(x_0) \rightarrow f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} \rightarrow f'(0) = \frac{2 \cdot 0}{\sqrt{1+0^2}} = 0 \rightarrow m = 0$
 - Reemplazar los valores de x_0, y_0 y m en la ecuación general de la recta:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = 0(x - 0) \rightarrow y = 1$$

La ecuación de la recta tangente será $y = 1$

- Para resolver $\int_0^1 2xf(x)dx$ se seguirán los siguientes pasos:

- Determinar los puntos de corte de la función con el eje de abscisas:

$$2x \cdot f(x) = 2x \cdot \sqrt{1+x^2} = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ (\sqrt{1+x^2})^2 = (0)^2 \rightarrow 1+x^2 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \nexists \end{cases}$$

- Considerando los puntos de corte con el eje de abscisas, la integral a resolver pasará a ser $\int_0^1 2x \cdot \sqrt{1+x^2}dx$. Sobre esto, se procede a su resolución, comenzando, primeramente, con un cambio de variable:

$$\begin{aligned} u &= x^2 + 1 \\ du &= 2x dx \end{aligned} \rightarrow \int_0^1 \sqrt{u} du = \left| \left[\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^1 \right| = \left| \left[\frac{2\sqrt{u^3}}{3} \right]_0^1 \right| = \left| \left[\frac{2\sqrt{(1+x^2)^3}}{3} \right]_0^1 \right|$$

- Una vez resuelta la integral, se aplica la Regla de Barrow:

$$\begin{aligned} \left| \left[\frac{2\sqrt{(1+x^2)^3}}{3} \right]_0^1 \right| &= |F(1) - [F(0)]| = \left| \frac{2\sqrt{(1+1^2)^3}}{3} - \left[\frac{2\sqrt{(1+0^2)^3}}{3} \right] \right| = \\ &= \left| \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3} \right| = \left| \frac{-2 + 4\sqrt{2}}{3} \right| = |-1'22| = 1'22u^2 \end{aligned}$$

A.4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa de reparto de comida a domicilio reparte platos de dos restaurantes: El 60% de los platos que reparte proceden del primer restaurante y el 40% restante del segundo. El 50% de los platos que reparte del primer restaurante están cocinados con productos ecológicos, siendo este porcentaje de un 80% para el segundo restaurante. Elegido un plato al azar:

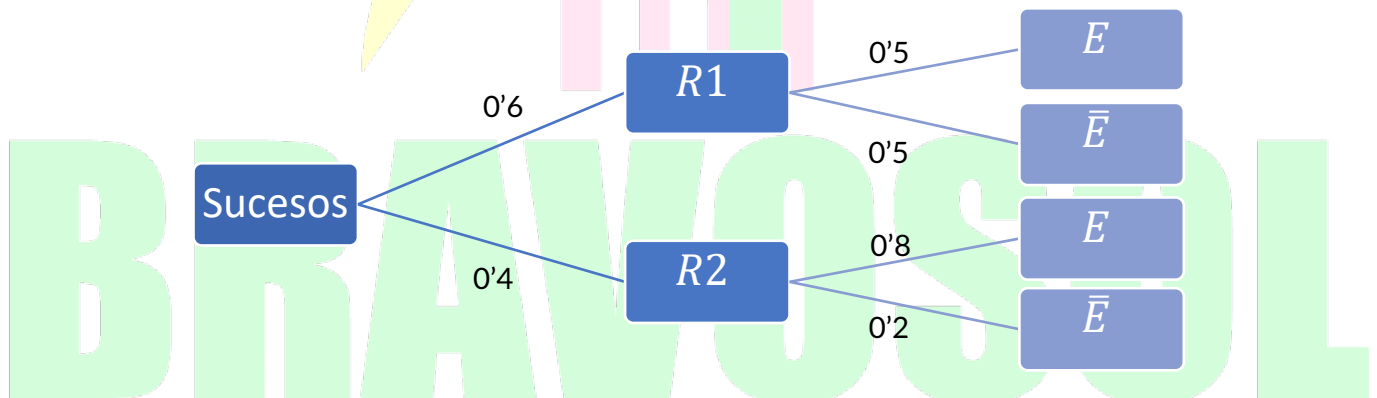
- Calcule la probabilidad de que esté cocinado con productos ecológicos.
- Si el plato seleccionado no está cocinado con productos ecológicos, obtenga la probabilidad de que proceda del segundo restaurante.

RESOLUCIÓN:

En primer lugar, antes de comenzar a resolver los apartados, conviene plantear el problema en base a un árbol de probabilidad. Se deberán definir los nombres de los sucesos:

- Que sea del restaurante 1: $R1$
- Que sea del restaurante 2: $R2$
- Que sea un plato con productos ecológicos: E
- Que no sea un plato con productos ecológicos: \bar{E}

Sobre esto, el árbol quedará de la siguiente manera:



En base a esto, ahora sí puede resolverse el problema:

- Para averiguar la probabilidad de que un plato sea cocinado con productos ecológicos, se aplicará el Teorema de la Probabilidad Total:

$$\begin{aligned}
 P(E) &= P(R1 \cap E) + P(R2 \cap E) = P(R1) \cdot P(E/R1) + P(R2) \cdot P(E/R2) = \\
 &= 0.6 \cdot 0.5 + 0.4 \cdot 0.8 = 0.3 + 0.32 = 0.62
 \end{aligned}$$

La probabilidad de que un plato esté preparado con productos ecológicos es del 62%

- Para averiguar la probabilidad de que un plato proceda del segundo restaurante, si un plato seleccionado no está cocinado con productos ecológicos, se utilizará la probabilidad condicionada.

$$P(R2/\bar{E}) = \frac{P(R2 \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(R2) \cdot P(\bar{E}/R2)}{1 - P(E)} = \frac{0.4 \cdot 0.2}{1 - 0.62} = \frac{0.08}{0.38} = 0.2105$$

La probabilidad de que, escogido un plato que no está cocinado con productos ecológicos, sea del segundo restaurante es de un 21.05%

A.5. (Calificación máxima: 2 puntos)

El tiempo diario de juego con videoconsolas de un estudiante de secundaria sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 0'25 horas.

- Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25. Calcule la probabilidad de que la media muestral \bar{X} no supere 2'9 horas si $\mu = 2'75$ horas.
- Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 64 personas se ha obtenido un intervalo de confianza (2'9388; 3'0613) para μ , determine el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

RESOLUCIÓN:

- Para resolver este apartado, hay que tener en cuenta que lo que se pide es obtener una probabilidad relacionada con la media de la variable. Así pues, los pasos a seguir serán:

- Calcular el valor de Z :

$$P(\bar{X} < 2.9) = P\left(Z < \frac{2.9 - 2.75}{\frac{0.25}{\sqrt{25}}}\right) = P(Z < 3)$$

- Habiéndose obtenido el valor de Z , y dado que no es necesario hacer ninguna modificación en su cálculo, se consulta en la Tabla de la Distribución Normal cuál es la probabilidad asociada al valor de Z obtenido.

$$P(Z < 3) = 0.9987$$

La probabilidad de que la media muestral no supere 2'9 horas de tiempo de juego es de un 99'87%.

- Para averiguar la probabilidad con la que se obtuvo ese intervalo, se realizará el siguiente procedimiento:

- Primeramente, se obtiene la longitud del intervalo:

$$IC(\bar{X})_{1-\alpha} = (2.9388; 3.0613) \rightarrow L = 3.0613 - 2.9388 = 0.1225$$

- Conocida la Longitud, dividiendo entre dos, obtenemos el Error:

$$E = \frac{L}{2} \rightarrow E = \frac{0.1225}{2} = 0.06125$$

- Una vez conocido cuál es el error, planteamos la fórmula para el cálculo del error, reemplazamos los datos conocidos, y se despeja $Z_{\alpha/2}$:

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0.06125 = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{0.25}{\sqrt{64}} \rightarrow Z_{\alpha/2} = \frac{0.06125 \cdot \sqrt{64}}{0.25} = 2.04$$

- Ya conocido el valor de $Z_{\alpha/2}$, se consulta en la Tabla de la Distribución Normal cuál es la probabilidad asociada a ese valor:

$$P(Z_{\alpha/2} = 2.04) = 0.9793$$

- Ahora que ya se conoce la probabilidad, se busca puede determinar el nivel de confianza con el que se creó el intervalo de confianza:

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9793 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.0207 \rightarrow \alpha = 0.0414 \rightarrow 1 - \alpha = 0.9586$$

El nivel de confianza es de un 95'86%.

OPCIÓN B

B.1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x - y + az = -1 \\ 2x + y + z = 6 \end{cases}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a :
- b) Resuelva el sistema para $a = -2$

RESOLUCIÓN:

- a) Para discutir el sistema, se hará el siguiente procedimiento:
 - i) Primeramente, se igualará a cero el determinante de la matriz A , y con ello se despejará el parámetro a :

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 2a + 1 + 2 - a + 1 = -3a + 3 = 0 \rightarrow a = 1$$

- ii) Una vez conocido el valor del parámetro, se pasa a analizar, mediante casos, qué tipo de sistema se obtendrá:

Caso 1: $a \neq 1$

$$\begin{aligned} |A| \neq 0 &\rightarrow Rg(A) = 3 \\ |A^*| \neq 0 &\rightarrow Rg(A^*) = 3 \end{aligned} \rightarrow Rg(A) = Rg(A^*) = N^{\circ} \text{ incógnitas} \rightarrow SCD$$

Caso 2: $a = 1 \rightarrow A^* = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 2 \\ 1 & -1 & 1 & | & -1 \\ 2 & 1 & 1 & | & 6 \end{pmatrix}$

$$|A| = 0 \rightarrow Rg(A) < 3 \rightarrow |M_{2 \times 2}| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \rightarrow Rg(A) = 2$$

$$|A^*| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = -2 - 6 - 1 + 6 + 2 - 1 = -2 \neq 0 \rightarrow Rg(A^*) = 3$$

$$\rightarrow Rg(A) \neq Rg(A^*) \rightarrow SI$$

Si $a = 1$, el sistema es incompatible (no tiene solución); mientras que, si $a \neq 1$, el sistema es compatible determinado (tiene solución única).

- b) Para resolver el sistema, se utilizará el Método de Cramer:

Para $a = 2 \rightarrow |A| = -3(2) + 3 = -3$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = 2; \quad y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = 1; \quad z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{-3} = 1$$

Si $a = 1$, la solución para el sistema será $(x, y, z) = (2, 1, 1)$

B.2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{10}{x^2 + 2x - 3}$$

- Determine el dominio de $f(x)$ y calcule sus asíntotas.
- Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y determine los extremos relativos si corresponden a máximos o mínimos.

RESOLUCIÓN:

- Al tratarse de un cociente, para estudiar el dominio de la función, se igualará a cero el denominador:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases} \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-3; 1\}$$

En cuanto a las asíntotas de la función, haremos el siguiente desarrollo:

Asíntotas Verticales	Asíntotas Horizontales
$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \infty$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$	
$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$	

La función tiene asíntotas verticales en $x = -3$ y $x = 1$, y una asíntota horizontal en $y = 0$. No tiene asíntotas oblicuas

- Para estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento se necesitará la siguiente información:
 - Se buscan los valores de x que anulan al dominio, los puntos de corte con los ejes, y los puntos críticos de la función:

Dominio de la función: $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-3; 1\}$

Corte con el eje OX : $f(x) = 0 \rightarrow \frac{10}{x^2 + 2x - 3} = 0 \rightarrow 0 \neq 10 \rightarrow$ No tiene

Corte con el eje OY : $x = 0 \rightarrow f(0) = -\frac{10}{3} \rightarrow$ Corta en la coordenada $(0, -\frac{10}{3})$

Puntos críticos de la función:

$$f'(x) = \frac{10(-(-2x-2))}{(x^2 - 2x + 3)^2} = 0 \rightarrow 10(-(-2x - 2)) = 0 \rightarrow -2x - 2 = 0 \rightarrow x = -1$$

- Ahora que ya se tienen los puntos críticos, se divide por intervalos el dominio de la función, se escoge un valor dentro de cada intervalo, y se reemplaza en la derivada de la función:

Dominio	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
x	-4	-2	0	2
$f'(x)$	+	+	-	-
Conclusión	Creciente	Creciente	Decreciente	Decreciente

La función es creciente en los intervalos $(-\infty, -3) \cup (-3, -1)$, y es decreciente en los intervalos $(-1, 1) \cup (1, \infty)$. Presenta un máximo en $x = -1$.

B.3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considere la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x, & \text{si } x < 2 \\ \ln(x - 1), & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la función es continua en su dominio.
- Para $a = 1$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas, y las rectas $x = -1$, $x = 0$.

RESOLUCIÓN:

- Para averiguar los valores de a que hacen que la función sea continua, en este caso, cuando $x = 2$, se aplicará la definición de continuidad:

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \rightarrow 4a - 4 = 4a - 4 = 0$$

Nos centraremos exclusivamente en la igualdad de los límites laterales:

$$4a - 4 = 0 \rightarrow 4a = 4 \rightarrow a = 1$$

Si $a = 1$, la función es continua en todo su dominio.

- Este apartado pide que se obtenga un área. Para ello, realizaremos el siguiente procedimiento:

- Planteamos la integral a calcular, considerando $a = 1$:

$$\int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx$$

- A continuación, se buscan los puntos de corte con el eje x para determinar si será necesario o no descomponer la integral en trozos:

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x - 2) = 0 \rightarrow \{x = 0, x = 2\}$$

La función corta con el eje x en los puntos $x = 0$ y $x = 2$; pero, como la integral está comprendida en el intervalo $[-1, 0]$, no afectarán de cara a su resolución. Así pues, no es necesario descomponer la integral en trozos.

- A continuación, se resuelve la integral; y, posteriormente, se aplica la Regla de Barrow:

$$\left| \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx \right| = \left| \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_{-1}^0 \right| = \left| \frac{0^3}{3} - 0^2 - \left(\frac{(-1)^3}{3} - (-1)^2 \right) \right| = \left| \frac{1}{3} + 1 \right| = \left| \frac{4}{3} \right| = 1'25u^2$$

El área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas, y las rectas $x = -1$, $x = 0$ es de $1'25u^2$

B.4. (Calificación máxima. 2 puntos)

Entre los deportistas profesionales, el 50% disfrutan de una beca de alto rendimiento y el 30% está cursando estudios superiores. Se sabe también que el 10% de los deportistas profesionales disfrutan de una beca de alto rendimiento y además están cursando estudios superiores. Seleccionado un deportista al azar, calcule la probabilidad de que:

- Disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores.
- No disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores.

RESOLUCIÓN:

Antes de empezar a resolver el ejercicio, es necesario definir cada uno de los sucesos, y cuál es la probabilidad que tienen asociada:

- Suceso A: Tener una beca de alto rendimiento. $P(A) = 0'5$
- Suceso B: Estar cursando estudios superiores. $P(B) = 0'3$

Se indica además que el 10% de los deportistas profesionales disfrutan de una beca, también están cursando estudios superiores. Así pues, este suceso se definiría como: $P(A \cap B) = 0'1$

Teniendo ya la información planteada, se puede resolver el ejercicio.

- En este apartado se pide averiguar que el estudiante disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores, es decir, la probabilidad de la unión de los dos sucesos. Su cálculo se desarrolla de la siguiente manera:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'5 + 0'3 - 0'1 = 0'7$$

La probabilidad de que un estudiante disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores es de un 70%

- En este apartado se pide averiguar una probabilidad condicionada. Se desea saber la probabilidad de que no tenga una beca de alto rendimiento si se sabe que no cursa estudios superiores:

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - 0'7}{1 - 0'3} = 0'4286$$

La probabilidad de que un estudiante no disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores es de un 42'86%.

B.5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa gestiona una aplicación de movilidad sostenible sabe que el tiempo que tardan en llegar a la universidad en coche los estudiantes se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ minutos y desviación típica $\sigma = 6$ minutos.

- Una muestra aleatoria simple de 81 universitarios proporciona un tiempo medio de traslado hasta la universidad de 44 minutos. Calcule el intervalo de confianza al 90% para estimar μ .
- Determine el tamaño mínimo de una muestra aleatoria simple para obtener un intervalo de confianza para μ de amplitud a lo sumo de 3 minutos, con un nivel de confianza del 95%.

RESOLUCIÓN:

- Para obtener el intervalo de confianza para la media, se hará el siguiente procedimiento:

- Se averigua el valor de $Z_{\alpha/2}$ con el siguiente procedimiento:

$$1 - \alpha = 0'9 \rightarrow a = 0'1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'05 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'95 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'645$$

- Una vez conocido el valor de $Z_{\alpha/2}$, se calculará el intervalo de confianza:

$$IC(\bar{X})_{1-\alpha} = \left(\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \rightarrow IC(\bar{X})_{0'9} = \left(44 \pm 1'645 \cdot \frac{6}{\sqrt{81}} \right) = (44 \pm 1'1) = (42'9; 45'1)$$

El tiempo medio estará comprendido entre 42'9 minutos y 45'3 minutos, con una confianza del 90%.

- Para averiguar el tamaño de la muestra, se hará el siguiente desarrollo:

- Se averigua el valor de $Z_{\alpha/2}$, considerando que el margen de confianza es del 95%:

$$1 - \alpha = 0'95 \rightarrow a = 0'05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96$$

- Como se da cuál es la amplitud del intervalo, se divide éste entre dos para obtener el error:

$$E = \frac{L}{2} \rightarrow E = \frac{3}{2} = 1'5$$

- Conocidos el valor de $Z_{\alpha/2}$, y el valor del error, se reemplaza toda la información dada en el error de estimación del intervalo:

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 1'5 = 1'96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{1'96 \cdot 6}{1'5} \right)^2 = 61'47 \approx 62$$

El tamaño mínimo de la muestra deberá ser de 62 estudiante si se desea que el error de estimación no supere 1'5 minutos, con una confianza del 95%.