Academia Bravosol – Sistemas Personalizados de Enseñanza®
Entidad Gestora de la UNED especializada en preparación de la PCE
Calle Sagasta, 4. Metro Bilbao.
910 646 842 – 689 798 987 – info@bravosol.net
www.bravosol.net

A1.- Un satélite sigue una órbita circular sincrotrónica (es decir, del mismo periodo que el de rotación del planeta) de radio 1,59·10^5 km en torno a un planeta de masa 1,90·10^{27} kg. Calcule:

a) La velocidad del satélite en la órbita.

b) El periodo de rotación del planeta sobre su eje.

Datos: Constante de gravitación universal, G=6,67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2}.

Solución:

a) Se iguala la fuerza gravitatoria con la fuerza centrípeta y se despeja la velocidad:

$$\frac{Gm_sM_p}{R^2}=\frac{m_sv^2}{R}\rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_P}{R}}=2{,}82\cdot 10^4\ ms^{-1}.$$

b) El periodo de rotación del planeta y el satélite son iguales, tal y como indica el enunciado, por lo que se obtiene directamente el periodo de la relación entre velocidad y periodo:

$$T=\frac{2\pi R}{v}=3{,}54\cdot 10^4 s.$$

A2.- Una onda armónica unidimensional, que se propaga en un medio con una velocidad de 400 ms^{-1}, está descrita por la siguiente expresión matemática:

$$y(x,t)=3sen(kx-200\pi t+\emptyset_0)\ cm$$

donde x y t están en m y s, respectivamente. Sabiendo que y(0,0) = 1,5 cm y que la velocidad de oscilación en t = 0 y x = 0 es positiva, halle:

a) El número de onda k y la fase inicial $\emptyset_0$.

b) La aceleración máxima de oscilación de un punto genérico del eje x.

Solución:

A partir de la velocidad de propagación que se proporciona en el enunciado del problema, y de la frecuencia angular proporcionada por la expresión de la onda (200π):

$$k=\frac{\omega}{k}=\frac{\pi}{2}\ rad\ m^{-1}$$

La fase inicial se calcula a partir de y(0,0)=1,5 cm y la velocidad de oscilación >0:

$$y(0,0)=3sen(\emptyset_0)=1{,}5\ cm\rightarrow\ Dos\ posibles\ valores:\begin{cases}\emptyset_0=\frac{\pi}{6}\ rad\\ \emptyset_0=\frac{5\pi}{6}\ rad\end{cases}.$$

La velocidad de oscilación se calcula como la derivada temporal de la expresión de la elongación de la onda:

$y'(x,t) = v(x,t) = -600\pi cos(kx - 200\pi t + \emptyset_0) \rightarrow v(0,0) = -600\pi cos(\emptyset_0) > 0.$

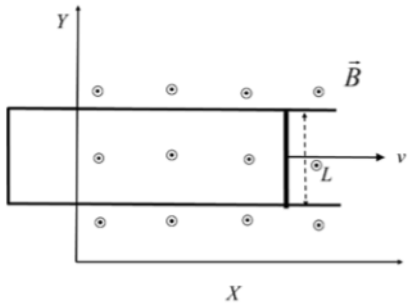
Para que se cumpla esto, la fase inicial tendrá que ser $\emptyset_0 = \frac{5\pi}{6}\,rad.$

b) La aceleración de un punto genérico se obtiene derivando la expresión de la velocidad de oscilación:

$$a(x,t) = -1{,}2 \cdot 10^5 \pi^2 sen(kx - 200\pi t + \emptyset_0).$$

La aceleración máxima será $a_{máx} = A\omega^2 = 1{,}2 \cdot 10^3 \pi^2 m/s^2.$

A3.- Una barra conductora, de 30 cm de longitud y paralela al eje y, se mueve en el plano xy con una velocidad en el sentido positivo del eje x. La barra se mueve sobre unos rieles conductores paralelos en forma de U (ver figura). Perpendicular al plano, hay un campo magnético uniforme 10^{-3} **k** T. Halle la fuerza electromotriz inducida en la barra en función del tiempo en los siguientes casos:



a) La velocidad de la barra es constante e igual a 10^2 **i** ms^{-1}.

b) La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a 5 **i** ms^{-2}.

Solución:

a) La velocidad de la barra es constante, por lo que el movimiento de la misma vendrá dado por un MRU, donde x(t)=vt.

El flujo recogido por el circuito será: $\emptyset_m(t) = BS(t) = BLx(t).$

La fuerza electromotriz inducida será: $\varepsilon = -\frac{d\emptyset_m(t)}{dt} = -\frac{BLdx(t)}{dt} = -BLv = -0{,}03\,V.$

b) La barra parte del reposo con una aceleración constante e igual a 5 **i** ms^{-2}. En este caso será un movimiento MRUA.

El flujo recogido por el circuito será: $\emptyset_m(t) = BS(t) = BLx(t).$

La fuerza electromotriz inducida será:

$\varepsilon = -\frac{d\emptyset_m(t)}{dt} = -\frac{BLdx(t)}{dt} = -BLv(t) = -BLat = -1{,}5 \cdot 10^{-3} t\,V$ (Voltios si t en segundos).

A4.- Un objeto está situado en una posición s_1 a la izquierda de una lente convergente de distancia focal 50 mm, de modo que forma una imagen real, invertida y de tamaño doble que el objeto. A continuación, el objeto se va moviendo hacia la lente hasta una posición s_2 en la que la imagen es virtual, derecha y de tamaño doble que la del objeto. Calcule:

a) La posición s_1 inicial del objeto y la distancia entre la imagen y la lente.

b) La posición s_2 final del objeto y la distancia focal entre la imagen y la lente.

Solución:

a) El aumento lateral viene dado por: $M_1 = \frac{s_1'}{s_1} = -2 \ \rightarrow s_1' = -2s_1$.

Para lentes delgadas se cumple $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = -\frac{3}{2s_1} \rightarrow s_1 = -\frac{3}{2}f' = -75\ mm.$

Por tanto, la distancia entre la imagen y la lente es: $s'_1 = -2s_1 = 150\ mm.$

b) En este caso, el aumento lateral viene dado por $M_2 = \frac{s_2'}{s_2} = +2 \rightarrow s_2' = +2s_2$.

De nuevo, $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = -\frac{1}{2s_2} \rightarrow s_2 = -\frac{1}{2}f' = -25\ mm.$

Por lo tanto, la distancia entre imagen y lente es: $s'_2 = +2s_2 = -50\ mm.$

A5.- Se tienen dos fuentes radiactivas cuya actividad a día de hoy es la misma. Se sabe que dentro de 10 años la actividad de la primera fuente será el doble que la de la segunda. Determine:

a) La diferencia, λ_2-λ_1, que existe entre las constantes de desintegración de ambas fuentes.

b) La relación entre las actividades de dichas fuentes dentro de 20 años.

Solución:

Aplicamos la definición de actividad de una muestra radiactiva teniendo en cuenta la actividad actual y la que tendrán las muestras dentro de 10 años.

$$A_{actual} = \lambda_1 N_1(0) = \lambda_2 N_2(0) \rightarrow N_1(0) = N_2(0)\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Dentro de 10 años, la relación entre las actividades la podemos expresar de froma similar, pero necesitaremos conocer el número de átomos que contiene nuestra muestra.

$A_{10\ \text{años después}} \rightarrow A_1 = 2A_2$.

$\lambda_1 N_1(10) = \lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1\, 10} = 2\lambda_2 N_2(10) = 2\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2\, 10}$.

Sustituyendo la relación que hemos obtenido entre el número de átomos de cada sustancia en el instante inicial en la ecuación anterior

$\lambda_1 N_1(10) = \lambda_1 N_2(0)\frac{\lambda_2}{\lambda_1}e^{-\lambda_1\, 10} = 2\lambda_2 N_2(10) = 2\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2\, 10} \ \rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{ln2}{10}años^{-1}.$

Por tanto, $\lambda_2 - \lambda_1 = 6{,}93 \cdot 10^{-2}años^{-1}$.

b) La relación entre las actividades de dichas fuentes vendrá dada por:

$$k=\frac{A_1(20)}{A_2(20)}=\frac{\lambda_1 N_1(20)}{\lambda_2 N_2(20)}=\frac{\lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 20}}{\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 20}}=\frac{\lambda_1 N_2(0)\lambda_2/\lambda_1\, e^{-\lambda_1 20}}{\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 20}}=e^{(\lambda_2-\lambda_1)20}\Rightarrow$$
$$k=e^{\ln 2\cdot 20/10}=e^{2\ln 2}=4$$

B1.- Se tiene un planeta de masa 1,95·10^{25} kg y radio 5500 km. Determine:

a) El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.

b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

Datos: Constante de gravitación universal, G=6,67·10^{-11}Nm^{2}kg^{-2}.

Solución:

a) El módulo de la aceleración de la gravedad viene dado por la ley de Gravitación Universal:

$F_g = mg_P = \frac{GmM_P}{R^2} \rightarrow g_P = \frac{GM_P}{R^2} = 43\ ms^{-1}.$

b) La velocidad de escape es la mínima energía necesaria para alejarse del planeta hasta el infinito o muy lejos del planeta. Se calcula planteando la conservación de la energía, tomando las energías cinética y potencial finales como 0. Se obtiene entonces:

$\frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GmM_P}{R} = 0\ \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM_P}{R}} = 21{,}75\ km\ s^{-1}.$

B2.- A una distancia de 10 m, el nivel de intensidad sonora producida por un foco puntual es de 20 dB. Halle:

a) La potencia del foco.

b) El nivel de intensidad sonora a 2 m del foco.

Datos: Intensidad umbral de la audición, I_0=10^{-12} Wm^{-2}.

Solución:

a) El nivel de intensidad sonora a 10 m es de 20 dB, por lo que se puede obtener la intensidad a esa misma distancia: $\beta_{10m} = 10\log\frac{I_{10m}}{I_0}\ \rightarrow\ I_{10m} = 10^{-10}\ W\ m^{-2}.$

Se cumple $I_{10m} = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow P = I_{10m}4\pi r^2 = 4\pi\cdot 10^{-8}\ W.$

b) La intensidad a 2 m del foco viene dada por $I_{2m} = \frac{P}{4\pi r^2} = 2{,}5\cdot 10^{-9}\ W\ m^{-2}.$

El nivel de intensidad sonora, será, por tanto: $\beta_{2m} = 10\log\frac{I_{2m}}{I_0} = 33{,}98\ dB.$

Academia Bravosol – Sistemas Personalizados de Enseñanza®
Entidad Gestora de la UNED especializada en preparación de la PCE
Calle Sagasta, 4. Metro Bilbao.
910 646 842 – 689 798 987 – info@bravosol.net
www.bravosol.net

B3.- Se tienen cuatro cargas cuyo valor absoluto es $|q|=1\cdot10^{-6}$ C, situadas en los vértices de un cuadrado de lado a=30 cm, que está en el plano xy. Dos de ellas son positivas y están en los puntos (0,0) y (a,a). Las otras dos son negativas y están situados en los puntos (0,a) y (a,0). Calcule:

a) La fuerza que se ejerce sobre la carga +q situada en el punto (a,a) debida a las otras tres.

b) La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.

Datos: Constante de la Ley de Coulomb, $K=9\cdot10^9$ Nm^2C^{-2}.

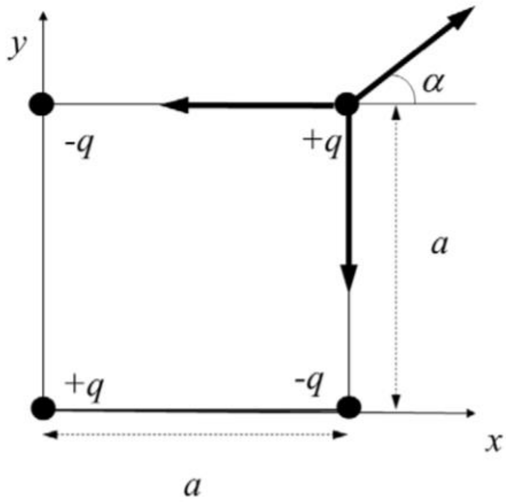
Solución:

a) La fuerza del sistema sobre la carga $+q$ situada en el punto (a, a) debida a las otras tres.
Las componentes x e y de la fuerza son iguales entre sí, ya que el ángulo α es de 45º:

$$F_x = F_y = -K\frac{q^2}{a^2} + K\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Sustituyendo los valores, la fuerza será:

$$\boxed{\vec{F} = -0{,}065\ \mathrm{N}\ (\vec{i}+\vec{j})}$$



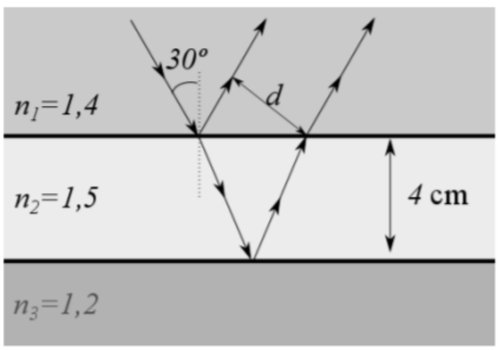
b) La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.
El potencial creado por las cargas que no están en el origen es:

$$V(0,0) = -2K\frac{q}{a} + K\frac{q}{\sqrt{2}a} = -3{,}88\cdot10^4\ \mathrm{V}$$

Por lo que la energía potencial de la carga en el origen será:

$$\boxed{E_P(0,0) = qV(0,0) = -0{,}039\ \mathrm{J}}$$

B4.- Una placa de vidrio de 4 cm de espesor y de índice de refracción 1,5 se encuentra sumergida entre dos aceites de índices de refracción 1,4 y 1,2, respectivamente. Proveniente del aceite de índice 1,4 incide sobre el vidrio un haz de luz con un ángulo de incidencia de 30º. Calcule:

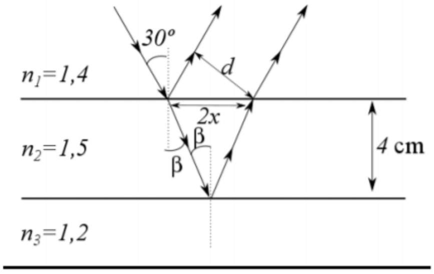


a) La distancia, d, entre el rayo reflejado por la cara superior del vidrio y el refractado después de reflejarse en la cara inferior del vidrio.

b) El ángulo de incidencia mínimo en la cara superior del vidrio necesario para que se produzca el fenómeno de reflexión total en la cara inferior de la placa de vidrio.

Solución:

a) Basándonos en un dibujo que represente el trazado de los rayos en los diferentes medios, observamos que lo que nos piden es la distancia d, para lo cual necesitaremos averiguar la distancia $2x$.



n_1 sen(30º) = n_2 senβ ➔ 1,4 sen(30º) = 1,5 senβ
➔ β = 27,82º ➔ x = 4tgβ = 2,11 cm

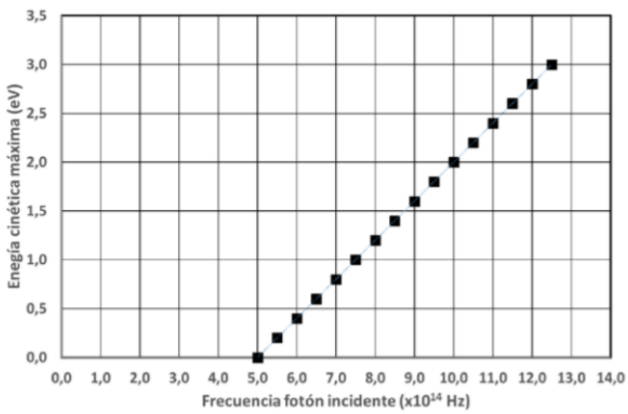
Como el ángulo de reflexión en la cara superior es el mismo que el de incidencia, entonces, el ángulo entre el rayo reflejado y la horizontal será 60º

Por lo tanto, d=$2x$ cos 30º = 3,66 cm

b) Para calcular el ángulo que nos piden, es suficiente con aplicar la definición de ángulo límite entre los dos aceites, es decir, el vidrio no afecta al resultado.

$$n_1 \operatorname{sen}(\alpha) = n_3 \operatorname{sen}(90) \rightarrow \operatorname{sen}(\alpha) = \frac{1,2}{1,4} \rightarrow \alpha = 59^{\circ}$$

B5.- Se hace incidir un haz de fotones de frecuencia variable sobre la lámina de material metálico, de manera que se emiten electrones cuya energía cinética máxima se mide, obteniendo la gráfica que se adjunta. Determine:



a) El trabajo de extracción del metal en eV.

b) La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones que se emiten, con máxima energía cinética, cuando la frecuencia de los fotones incidentes es de $10 \cdot 10^{14}$Hz.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e=$1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón, m_e=$9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, h=$6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

<u>Solución:</u>

a) No hay emisión de electrones, según la gráfica, hasta f=$5 \cdot 10^{14}$ Hz. El trabajo de extracción será la energía correspondiente a los fotones de esta frecuencia:

$E = hf = 3{,}32 \cdot 10^{-19}\, J = 2{,}07\, eV.$

b) A la frecuencia dada, la energía cinética de los electrones es de 2 eV, por lo que la velocidad de los electrones se puede calcular como $E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = 8{,}39 \cdot 10^5 m/s.$

La expresión para calcular la longitud de onda de de Broglie es la siguiente:

$\lambda_{deBroglie} = \frac{h}{mv} = 8{,}69 \cdot 10^{-10} m.$